CENGAGE Learning®

Quinta edición

Análisis estructural

Aslam Kassimali

Análisis estructural Aslam Kassimali

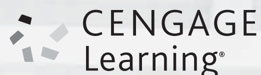
Quinta edición

Aslam Kassimali

Southern Illinois University-Carbondale

Traducción
Ing. Alberto Alejandro Andrade Galán
Consorcio ARA – Traductor profesional

Revisión técnica
Ing. Juan Felipe Heredia Mellado
Universidad Iberoamericana



Australia • Brasil • Corea • EspaÒa • Estados Unidos • JapÛn • MÈxico • Reino Unido • Singapur

CENGAGE Learning

Análisis estructural
Quinta edición
Aslam Kassimali

Presidente de Cengage Learning Latinoamérica:
Fernando Valenzuela Migoya

Director Editorial, de Producción y de Plataformas Digitales para Latinoamérica:
Ricardo H. Rodríguez

Editora de Adquisiciones para Latinoamérica:
Claudia C. Garay Castro

Gerente de Manufactura para Latinoamérica:
Raúl D. Zendejas Espejel

Gerente Editorial en Español para Latinoamérica:
Pilar Hernández Santamarina

Gerente de Proyectos Especiales:
Luciana Rabuffetti

Coordinador de Manufactura:
Rafael Pérez González

Editor:
Omegar Martínez

Diseño de portada:
Anneli Daniela Torres Arroyo

Imagen de portada:
Shutterstock.com

Composición tipográfica:
Ediciones y Recursos Tecnológicos, S.A. de C.V.

Traducido del libro: *Structural Analysis*, Fifth Edition
Publicado en inglés por Cengage Learning
© 2015 ISBN: 978-1-133-94389-1

Datos para catalogación bibliográfica:
Kassimali, Aslam
Análisis estructural, quinta edición
ISBN: 978-607-519-507-0

Visite nuestro sitio en:
http://latinoamerica.cengage.com

Impreso en México

1 2 3 4 5 6 7 17 16 15 14



Contenido



Parte Uno

Introducción al Análisis Estructural y Cargas



Distrito de la Ciudad Marina, Chicago
Hisham Ibrahim / Photographer's Choice RF / Getty Images

1

Introducción al Análisis Estructural

El análisis estructural es la predicción del desempeño de una estructura ante las cargas prescritas y/o efectos externos, tales como movimientos en los apoyos y cambios de temperatura. Las características de interés en el desempeño del diseño de las estructuras son (1) esfuerzos o resultados de esfuerzos, tales como fuerzas axiales, fuerzas cortantes y momentos de flexión; (2) deflexiones; y (3) reacciones en los apoyos. Por lo tanto, el análisis de las estructuras por lo general implica la determinación de esas cantidades como causa de una condición de carga. El objetivo de este texto es el de presentar los métodos de análisis de estructuras en equilibrio estático.

En este capítulo se proporciona una introducción general al tema del análisis estructural. Primero haremos una breve descripción histórica, incluyendo nombres de personas cuyo trabajo es importante en la materia. Después discutiremos la importancia del papel del análisis estructural en los proyectos de ingeniería estructural. Describiremos cinco tipos comunes de estructuras: estructuras sujetas a tensión y compresión, armaduras y estructuras sujetas a cortante y flexión. Finalmente, consideraremos el desarrollo de un método simplificado de análisis para estructuras reales.

1.1 Antecedentes históricos

Desde el comienzo de la historia, la ingeniería estructural ha sido parte esencial del quehacer humano. Sin embargo, no fue sino hasta mediados del siglo XVII que los ingenieros empezaron a aplicar el conocimiento de la mecánica (matemáticas y ciencia) en el diseño de estructuras. En los principios de la

ingeniería, las estructuras fueron diseñadas a prueba y error usando reglas empíricas basadas en experiencias pasadas. El hecho de que algunas de las estructuras impresionantes de épocas anteriores, tales como las pirámides egipcias (3000 A.C.), los templos griegos (500-200 A.C.), el Coliseo y el Acueducto romanos (200 A.C.–200 D.C) y las catedrales góticas (1000–1500 D.C.), aún continúen en pie es testimonio del ingenio de sus constructores (Fig. 1.1).

Galileo Galilei (1564-1642) es considerado como el iniciador de la teoría de las estructuras. En su libro titulado *Dos nuevas ciencias*, el cual fue publicado en 1638, Galileo analizó la falla de un tipo de estructuras simples, incluidas vigas en voladizo. A pesar de que sus predicciones sobre resistencia de las vigas fueron aproximadas, su libro sentó las bases para el futuro desarrollo de la teoría de estructuras y marcó el inicio de una nueva era de la ingeniería estructural, en la cual los principios analíticos de la mecánica y resistencia de materiales tendrían mayor influencia en el diseño de las estructuras.

Después del trabajo pionero de Galileo, el conocimiento de la mecánica estructural avanzó a un ritmo acelerado en la segunda mitad del siglo XVII y durante el siglo XVIII. Entre los investigadores notables de ese período están Robert Hooke (1835-1703), quien postuló la ley de relación lineal entre la fuerza y la deformación de los materiales (Ley de Hooke); sir Isaac Newton (1642-1727), quien formuló las leyes de movimiento y desarrolló el cálculo; John Bernoulli (1667-1748), quien estableció los principios del trabajo virtual; y Leonhard Euler (1707-1783), desarrollador de la teoría del pandeo en



FIG. 1.1 La Catedral de Nuestra Señora de París fue terminada en el siglo XIII.
Ritu Manoj Jethani / Shutterstock.com

columnas; y C. A. de Coulomb (1736-1806), creador del análisis de flexión de vigas elásticas.

En 1826, L. M. Navier (1785-1836) publicó un tratado sobre comportamiento elástico en estructuras, el cual es considerado como el primer libro de texto moderno sobre resistencia de materiales. El avance de la mecánica estructural continuó a un ritmo impresionante durante el resto del siglo XIX y en la primera parte del siglo XX, en los que se desarrolló la mayoría de los métodos clásicos de análisis estructural descritos en este texto. Los principales colaboradores en este período incluyen a B.P. Clapeyron (1835-1884), quien formuló el teorema de los Tres Momentos para el análisis de vigas continuas; J.C. Maxwell (1831-1879), impulsor del método de la deformación constante y de la ley de las deflexiones recíprocas o teorema de reciprocidad; Otto Mohr (1835-1918), desarrollador del método de la viga conjugada para el cálculo de las deflexiones y del Círculo de Mohr para el cálculo de los esfuerzos y deformaciones; Alberto Castigliano (1847-1884), quien formuló el teorema del trabajo mínimo; C. E. Green (1842-1925), creador del método de área momento; H. Muller-Breslau (1851-1925), quien presentó el principio de líneas de influencia; G.A. Maney (1888-1947), autor del método de la pendiente-deflexión, y a quien se le considera el precursor del método matricial de las rigideces; y Hardy Cross (1885-1947), quien desarrolló el método de la distribución de momentos en 1924. Este método proporciona a los ingenieros un proceso iterativo simple para el análisis de estructuras hiperestáticas, el cual fue ampliamente utilizado por los ingenieros estructuristas durante el período de 1930 a 1970, y contribuyó de manera significativa a entender el comportamiento de marcos hiperestáticos o estáticamente indeterminados. Muchas de las estructuras diseñadas durante esta etapa, como los edificios altos de varios niveles, no habrían sido posibles sin el método de distribución de momentos.

La disponibilidad de las computadoras en 1950 revolucionó el análisis estructural, debido a que podían resolver grandes sistemas de ecuaciones simultáneas, y los análisis que tomaban varios días y a veces semanas, ahora se ejecutaban en segundos. El desarrollo actual de los métodos orientados al análisis estructural en computadora se puede atribuir, entre otros, a J.H. Argyris, R. W. Clough, S. Kelsey, R. K. Livesley, H. C. Martin, M. T. Turner, E. L. Wilson y O. C. Zienkiewicz.

1.2 El papel del Análisis Estructural en los Proyectos de Ingeniería Estructural

La ingeniería estructural es la ciencia y el arte de planear, diseñar y construir de manera segura y económica estructuras que servirán para dichos propósitos. El análisis estructural es una parte integral de cualquier proyecto de ingeniería estructural, cuya función comienza con la predicción del comportamiento de la estructura. En la Fig. 1.2 se muestra el diagrama de flujo de las diversas etapas de un proyecto de ingeniería estructural típico. Así como lo indica este diagrama, el proceso es iterativo, y generalmente consiste de los siguientes pasos:

1. ***Etapa de planeación.*** La fase de planeación usualmente involucra el establecimiento de los requisitos funcionales de la estructura propuesta, la disposición general y las dimensiones de la estructura, consideraciones generales de los posibles tipos de estructuras (por ejemplo, marcos rígidos o armaduras) que pueden utilizarse y los tipos de materiales a emplear (por ejemplo, acero estructural o concreto reforza-

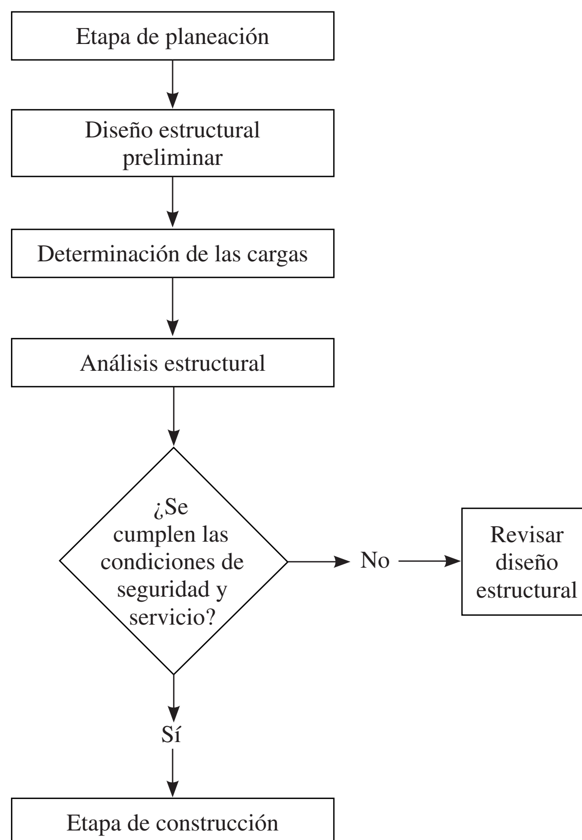


FIG. 1.2 Etapas de un proyecto de Ingeniería Estructural típico

do). Esta etapa también puede tener en cuenta otras consideraciones de factores no estructurales, como aspectos estéticos, de impacto ambiental de la estructura y algunos otros. Su resultado es generalmente un sistema estructural que cumple con los requerimientos de funcionalidad y que se espera sea el más económico. Esta etapa es tal vez la más crucial del proyecto completo y requiere de experiencia y conocimiento de las prácticas de construcción, además de un minucioso entendimiento del comportamiento de las estructuras.

2. ***Diseño estructural preliminar.*** En la etapa de diseño estructural preliminar se estima el tamaño de los elementos del sistema estructural seleccionados en la etapa de planeación con base en un análisis aproximado, experiencias anteriores y requerimientos de código o reglamento. Así, el tamaño de los elementos seleccionados son utilizados en la siguiente etapa para calcular el peso de la estructura.
3. ***Determinación de las cargas.*** La estimación de las cargas implica la determinación de todas las cargas que se puede esperar que actúen en la estructura.
4. ***Análisis estructural.*** En el análisis estructural los valores de las cargas son utilizados para desarrollar un análisis estructural con el fin de determinar los esfuerzos resultantes en los elementos y las deflexiones en distintos puntos de la estructura.
5. ***Comprobación de seguridad y servicio.*** Los resultados del análisis se usan para determinar si una estructura satisface o no los requerimientos de seguridad y servicio del código de diseño. Si estos

requerimientos son satisfechos, entonces se procede a ejecutar los planos de diseño y las especificaciones de construcción, así comienza la etapa de construcción.

6. ***Revisión de diseño estructural.*** Si los requisitos de la estructura no se satisfacen, a continuación, se revisan las medidas de los elementos, y las fases 3 a 5 se repiten hasta que todos los requisitos de seguridad y facilidad de servicio se cumplen.

A excepción de discutir qué tipo de cargas se espera que puedan actuar en una estructura (Capítulo 2), nuestro principal objetivo en este texto será el análisis de estructuras.

1.3 Clasificación de las Estructuras

Como se discutió en la sección anterior, quizá la decisión más importante del ingeniero estructurista en la implementación de un proyecto de ingeniería es la selección del tipo de estructura a utilizar para soportar las cargas. Comúnmente las estructuras utilizadas se pueden clasificar en cinco categorías, dependiendo del tipo principal de esfuerzos que puedan desarrollar en sus elementos bajos las cargas de diseño. Sin embargo, se debe tener en cuenta que se pueden combinar dos o más tipos básicos de estructuras, descritos a continuación, en una sola estructura, tal como en un edificio o un puente, para cumplir con los requisitos de funcionalidad de la estructura.

Estructuras en tensión

Los elementos de estructuras en tensión están sujetos a tensión pura bajo la acción de las cargas externas. Debido a que los esfuerzos de tensión están distribuidos de manera uniforme en toda el área de la sección transversal de los elementos, el material de la estructura se utiliza de una manera más eficiente. Las estructuras sujetas a tensión compuestas por cables flexibles de acero son frecuentemente utilizadas para soportar puentes y cubiertas de grandes claros. Gracias a su flexibilidad, los cables tienen una resistencia de flexión despreciable, y son capaces de desarrollar solo tensión. Por lo tanto, en virtud de las cargas externas, el cable adopta la forma que le permite soportar las cargas debido únicamente a fuerzas de tensión. En otras palabras, la forma del cable cambia conforme la carga actuante en él cambia. Como ejemplo, las formas que un solo cable puede asumir bajo dos condiciones distintas de cargas se muestran en la Fig. 1.3.

En la Fig. 1.4 se muestra una forma similar de estructura con cable, *puente colgante*. En un puente colgante la carretera está suspendida a partir de dos cables principales por medio de colgantes verticales. Los cables principales pasan por encima de un par de torres y están anclados en sus extremos al suelo de roca sólida o a una cimentación de concreto. Debido a la suspensión del puente y a que la estructura de cables carece de rigidez en dirección lateral, los puentes son susceptibles a oscilaciones inducidas por el viento (ver Fig. 1.5), por lo que se proporciona un sistema de arriostramiento o de rigidez para evitarlas.

Además de las estructuras con base en cables, hay otros ejemplos de estructuras sujetas a tensión que incluyen varillas verticales que funcionan como colgantes (por ejemplo, para soportar balcones o tanques) y estructuras de membrana tales como carpas y techos de gran envergadura (Fig. 1.6).

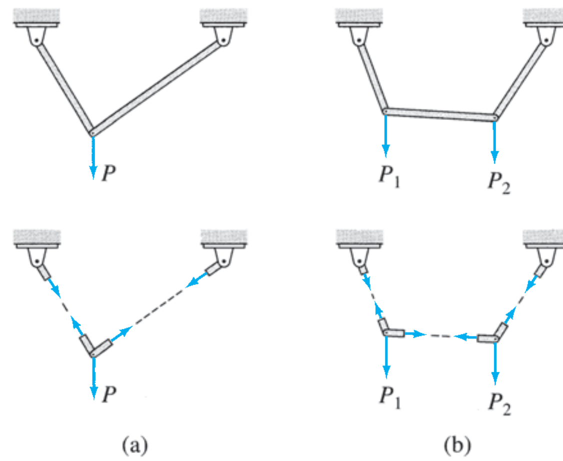


FIG. 1.3

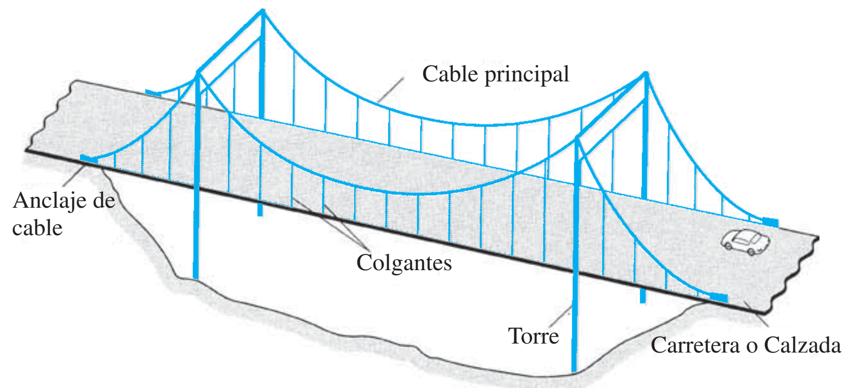


FIG. 1.4 Puente colgante

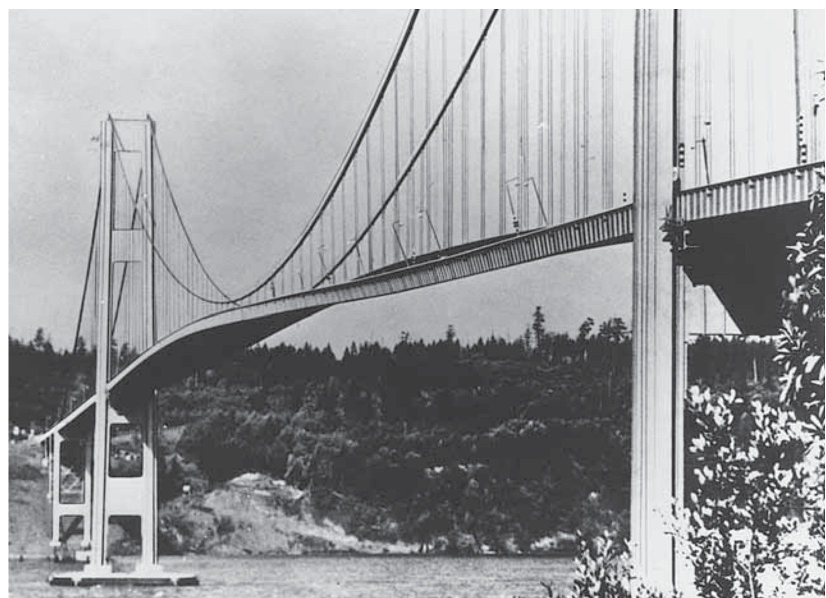


FIG. 1.5 Puente estrecho de Tacoma oscilando antes de colapsar en 1940. Instituto Smithsoniano Foto 72-787, División del Trabajo y la Industria, Museo Nacional de Historia Americana, Instituto Smithsoniano



FIG. 1.6 Techo de lona (membrana) del Domo de Tokyo tensada por aire a presión desde el interior del estadio.
© Gavin Hellier / Alamy

Estructuras a compresión

Las estructuras a compresión desarrollan principalmente esfuerzo de compresión bajo la acción de las cargas externas. Dos ejemplos comunes de esas estructuras son las *columnas* y *los arcos* (Fig. 1.7). Las columnas son elementos rectos sujetos a cargas axiales de compresión, como se muestra en la Fig. 1.8. Cuando un elemento recto está sujeto a cargas laterales y/o momentos además de la carga axial, se les llama *viga-columna*.

Un arco es una estructura curva, con una forma similar a un cable invertido, como se muestra en la Fig. 1.9. Esas estructuras son frecuentemente usadas para soportar puentes y techos de gran envergadura. Los arcos



FIG. 1.7 Columnas y arcos del Acueducto de Segovia en España (construido en el siglo I o II)
Bluedog423

desarrollan principalmente esfuerzo de compresión cuando están sujetos a cargas y son generalmente diseñados para que desarrollen solo compresión bajo cargas de diseño. Sin embargo, como los arcos son rígidos y no pueden cambiar su forma como los cables, se presentan otras condiciones de carga que generalmente producen esfuerzos de flexión y cortante adicionales en estas estructuras, los cuales, si son significativos, deberían ser considerados en el diseño.

Dado que las estructuras sujetas a compresión son susceptibles al pandeo o inestabilidad, la posibilidad de tal falla debe ser considerada en el diseño; si fuera necesario, se debe proporcionar arriostramiento adecuado para prevenir este tipo de fallas.

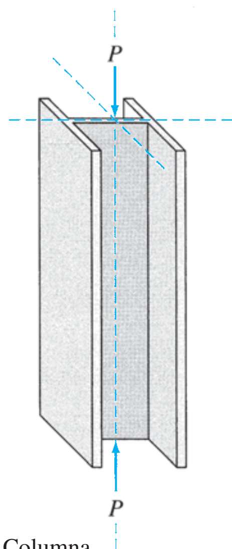


FIG. 1.8 Columna

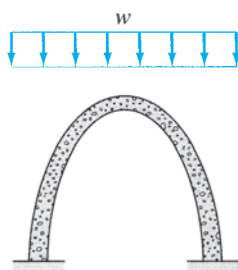


FIG. 1.9 Arco

Armaduras

Las armaduras están compuestas de elementos rectos y unidos en sus extremos por conexiones articuladas para formar una configuración estable (Fig. 1.10). Cuando las cargas se aplican a una armadura en sus nodos, sus elementos se estiran o se acortan, por lo tanto, los elementos de una armadura ideal están siempre en tensión o compresión uniforme. Las armaduras reales son generalmente construidas uniendo elementos a placas de refuerzo en conexiones atornilladas o soldadas. Aunque las uniones sean rígidas y puedan causar algo de flexión en los elementos de la armadura cuando está sujeta a cargas, en la mayoría de los casos esos esfuerzos secundarios de flexión son pequeños, y la suposición de que los nodos están articulados proporciona diseños satisfactorios.

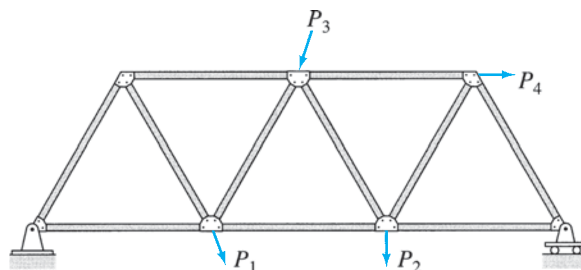


FIG. 1.10 Armadura plana

Las armaduras, debido a su poco peso y gran resistencia, se encuentran entre las estructuras más comúnmente utilizadas. Estas armaduras se emplean en una gran variedad de aplicaciones, desde soportes para cubiertas de edificios hasta estructuras de soporte para estaciones espaciales y estadios deportivos.

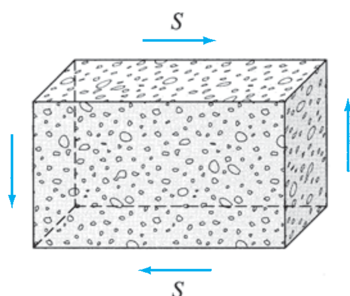


FIG. 1.11 Muro de cortante

Estructuras sujetas a cortante

Las *estructuras sujetas a cortante*, como muros de cortante de concreto reforzado (Fig. 1.11), se emplean en edificios de varios niveles para reducir el movimiento lateral debido al viento y a excitaciones sísmicas (Fig. 1.12). Las estructuras de cortante desarrollan principalmente cortante en su plano, con pequeños esfuerzos de flexión bajo las cargas externas.

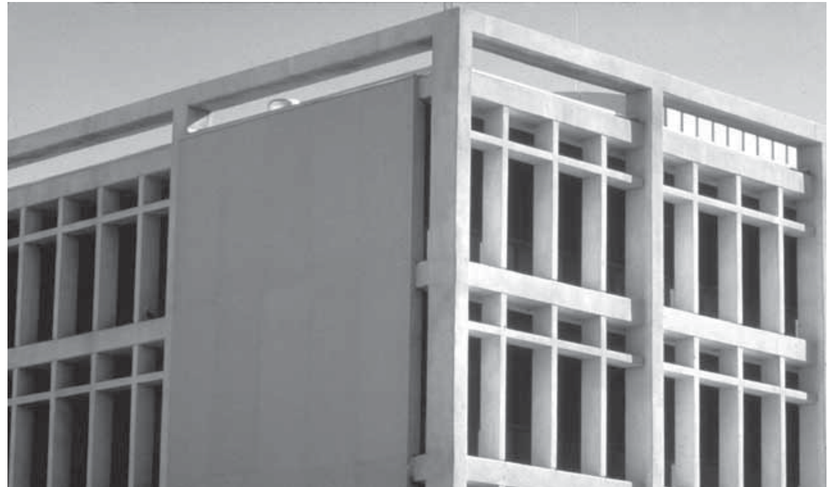


FIG. 1.12 El muro de cortante en un lado del edifico fue diseñado para resistir cargas laterales debidas al viento y a sismos.
NISEE, University of California, Berkeley

Estructuras de flexión

Las *estructuras de flexión* presentan principalmente esfuerzos de flexión bajo la acción de las cargas externas. En algunas estructuras, los esfuerzos de cortante asociados con los cambios en los momentos de flexión pueden resultar significativos y deberán ser considerados en el diseño.

Algunas de las estructuras comúnmente usadas, como *vigas, marcos rígidos, pisos* y *placas*, pueden ser clasificadas como estructuras de flexión. *Una viga es un elemento recto que está cargado en su plano perpendicular a su eje longitudinal* (Fig. 1.13). Recuerde de cursos previos de *Estática* y de *Mecánica de Materiales* que el esfuerzo (*normal*) de flexión varía linealmente en el peralte de una viga en flexión por un esfuerzo máximo de compresión en la fibra extrema o más alejada del eje neutro de su lado cóncavo, a un esfuerzo máximo de tensión en la fibra extrema del lado convexo de la viga. Por ejemplo, en el caso de una viga horizontal sujeta a una carga vertical hacia abajo, como se muestra en la Fig. 1.13, el esfuerzo de flexión varía desde un máximo esfuerzo de compresión en el borde superior a un máximo esfuerzo de compresión en el borde inferior de la viga. Para utilizar de manera más eficiente el material de la sección transversal de una viga bajo esta distribución de esfuerzos, las secciones transversales son a menudo en forma de **I** (ver Fig. 1.13), las cuales tienen más cantidad de material en los patines superior e inferior. Las secciones transversales en forma de **I** son más efectivas para resistir momentos de flexión.

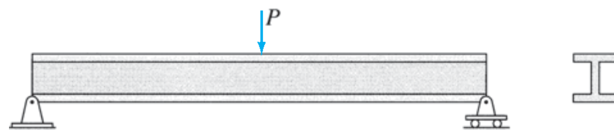


FIG. 1.13 Viga

Los marcos rígidos están compuestos por elementos rectos conectados unos con otros por conexiones rígidas (resistentes a momento) o por conexiones articuladas con configuraciones estables. A diferencia de las armaduras,

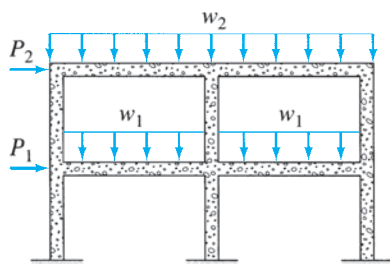


FIG. 1.14 Marco rígido

las cuales están únicamente sujetas a cargas en sus nodos, las cargas externas en los marcos pueden estar aplicadas sobre los elementos además de en los nodos (ver Fig. 1.14). Los elementos de un marco rígido están, por lo general, sujetos a momento flexionante, cortante y compresión o tensión axial bajo la acción de las cargas externas. Sin embargo, el diseño de los elementos horizontales o vigas de marcos rectangulares están normalmente gobernados por esfuerzos de flexión y de cortante, dado que la carga axial en estos elementos es normalmente baja.

Los marcos, como las armaduras, se encuentran entre los tipos de estructuras más usados. Los marcos de acero estructural y de concreto reforzado se usan comúnmente en los edificios de varios niveles (Fig. 1.5), en puentes y plantas industriales. También se utilizan como estructuras de soporte en aviones, barcos, vehículos espaciales y en otras aplicaciones aeroespaciales y mecánicas.



FIG. 1.15 Esqueleto de edificios con marcos
Racheal Grazias / Shutterstock.com

Puede ser de interés tener en cuenta que el término genérico *Estructura de marcos* se utiliza frecuentemente para referirse a cualquier estructura compuesta de elementos rectos, incluida una armadura. En ese contexto, este libro de texto está dedicado principalmente al análisis de estructuras de marcos planos.

1.4 Modelos analíticos

Un modelo analítico es una representación simplificada, o un ideal, de una estructura real para propósitos de análisis. Su objetivo es simplificar el análisis de una estructura complicada. El modelo analítico representa, con la mayor precisión posible y práctica, el comportamiento característico de la estructura de interés para el analista, mientras se descartan muchos de los detalles de los elementos, conexiones, etc., que se espera tengan poco efecto sobre las características deseadas. Crear el modelo es uno de los pasos más importantes en el proceso de análisis, ya que requiere de experiencia y conocimiento de las prácticas de diseño, además de un amplio entendimiento del comportamiento de las estructuras. Recuerde que la predicción de la respuesta estructural predicha a partir del análisis del modelo es válida solo en la medida que el modelo represente la estructura real.

El desarrollo del modelo analítico generalmente implica la consideración de los siguientes factores.

Estructuras planas contra estructuras espaciales

Si todos los elementos de las estructuras y de las cargas aplicadas están en un solo plano, la estructura se denomina *estructura plana*. El análisis de la estructura plana o en dos dimensiones es considerablemente más sencillo que el análisis de la estructura en el espacio o en tres dimensiones. Afortunadamente, muchas de las estructuras en tres dimensiones pueden subdividirse en estructuras planas para el análisis.

Como ejemplo, considere el sistema de marcos del puente mostrado en la Fig. 1.16(a). Los elementos principales del sistema, diseñados para soportar carga vertical, están representados con líneas sólidas, donde los elementos de arriostramiento secundarios, necesarios para resistir las fuerzas de viento lateral y para proporcionar estabilidad, se representan en líneas discontinuas. El piso del puente descansa sobre vigas llamadas *largueros*, que están apoyadas por un sistema de vigas de piso, las cuales, a su vez, están conectadas en sus extremos a los nodos en el tablero inferior de las dos armaduras longitudinales. Por lo tanto, el peso del tránsito, del piso, de los largueros y de las vigas de piso, es transmitido por las vigas de piso a las armaduras de carga en sus nodos; las armaduras, a su vez, envían la carga a la cimentación. Debido a que estas cargas actúan sobre cada armadura en su plano, las armaduras pueden ser tratadas como estructuras planas.

Otro ejemplo. El sistema de marcos de un edificio de varios niveles se muestra en la Fig. 1.17(a). En cada entrepiso, la losa de piso descansa en un sistema de vigas, las cuales transfieren cualquier carga aplicada al piso; el peso de la losa y su peso propio los transmiten a las vigas principales de los marcos rígidos que sirven de apoyo. Esta carga aplicada actúa sobre cada marco en su plano, así que cada marco puede ser analizado como una estructura plana. Las cargas aplicadas a cada marco son además enviadas desde las vigas principales a las columnas y finalmente a la cimentación.

Aunque una gran mayoría de sistemas tridimensionales reales pueden ser subdivididos en estructuras planas para fines de análisis, algunas de ellas, como domos en celosía, estructuras aeroespaciales y torres de transmisión, no deben ser subdivididas en componentes planos debido a su forma, la disposición de sus elementos o aplicación de cargas. Tales estructuras, llamadas *estructuras espaciales,* son analizadas como cuerpos tridimensionales sujetos a sistemas tridimensionales de fuerzas.

Diagramas de línea

El modelo analítico seleccionado para el análisis de dos o tres dimensiones se representa por un diagrama de líneas. En este diagrama, cada elemento de la estructura se representa por una línea que coincide con su eje centroidal. La dimensión de los elementos y el tamaño de la conexión no se representa en el diagrama. Las líneas del diagrama en la armadura del puente de la Fig. 1.16(a), y el marco rígido de la Fig. 1.17(a) se muestran en la Fig. 1.16(b) y 1.17(b), respectivamente. Observe que las líneas (=) son utilizadas algunas veces en este texto para representar elementos del diagrama de líneas. Se hace esto cuando es necesario, para claridad de la representación; en tales casos, la distancia entre las líneas no representa el peralte del elemento.

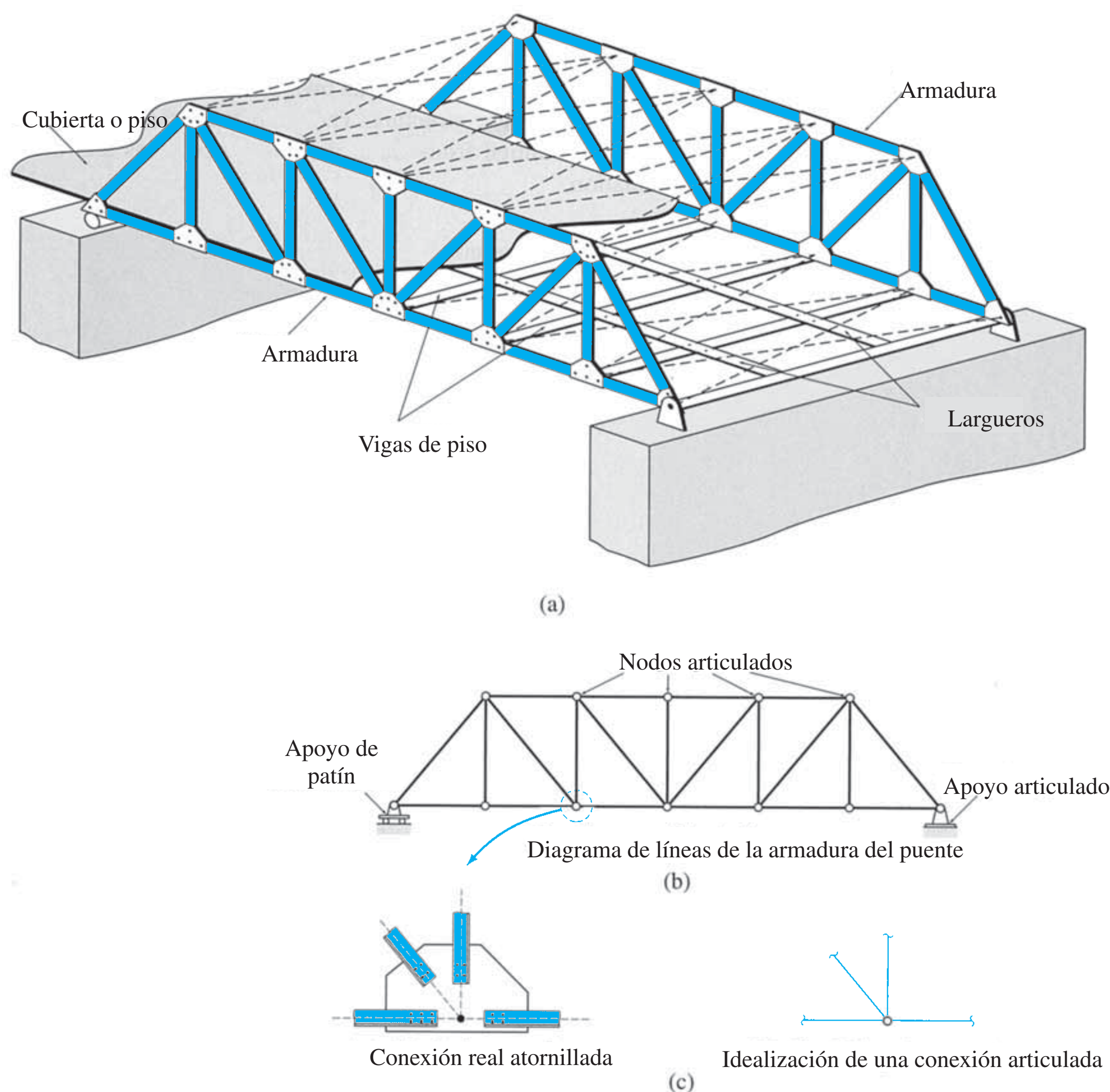


FIG. 1.16 Armadura de un puente

Conexiones

Se usan dos tipos comunes de conexión para unir elementos de una estructura: (1) *conexiones rígidas* y (2) *conexiones flexibles o articuladas*. (Un tercer tipo de conexión, llamada *semirígida,* no está reconocida por los códigos de diseño, pues no es comúnmente usada en la práctica y por lo tanto no es considerada en este texto.)

Una junta o conexión rígida previene traslaciones relativas y rotaciones en los extremos de los elementos conectados a esa conexión; es decir, todos los extremos de los elementos conectados a un nodo rígido tienen las mismas traslaciones y rotaciones. En otras palabras, los ángulos iniciales entre los elementos que se interceptan en el nodo rígido se mantienen después de que la estructura se ha deformado bajo la acción de las cargas. Tales nodos son capaces de transmitir fuerzas al igual que momentos entre los elementos



Puentes de armadura
Terry Poche/Shutterstock.com

4

Armaduras Planas y Espaciales

Una armadura es un montaje de elementos rectos conectados en sus extremos por conexiones flexibles que forman un cuerpo rígido. Debido a su ligereza y alta resistencia, las armaduras son usadas ampliamente, y su rango de aplicación va desde puentes y techos de edificios (Fig. 4.1), hasta estructuras de soporte en estaciones espaciales (Fig. 4.2). Las armaduras modernas están construidas con elementos unidos, los cuales por lo general son de acero, perfiles de aluminio o puntales de madera, sujetos a placas de refuerzo a través de conexiones atornilladas o soldadas.

Como se discutió en la Sección 1.4, si todos los elementos de una armadura y sus cargas se encuentran en un solo plano, la armadura se llama *armadura plana*.

Las armaduras planas son comúnmente usadas para soportar pisos de puentes y techos de edificios. Un sistema estructural típico de un puente con armaduras se describió en la Sección 1.4 (ver Fig. 1.16(a)). La Fig. 4.3 muestra un sistema estructural tipo para un techo soportado por armaduras planas. En este caso, dos o más armaduras están conectadas en sus nodos por vigas, llamadas *largueros*, para formar una estructura en tres dimensiones. El techo está sujeto a los largueros, los cuales transmiten la carga de techo (peso del techo más cualquier otra carga debida a la nieve, viento, etc.), además de su propio peso, a las armaduras de soporte en los nodos. Debido a que las cargas aplicadas actúan en cada armadura en su plano, la armadura puede ser tratada como una armadura plana. Algunas de las configuraciones más comunes de puentes y armaduras para techos, muchas de las cuales han sido llamadas por el nombre de su diseñador original, se muestran en las Figs. 4.4 y 4.5 (ver págs. 100 y 101), respectivamente.

A pesar de que la mayoría de las armaduras pueden ser analizadas como armaduras planas, hay muchos más sistemas de armaduras, tales como torres



FIG. 4.1 Armaduras de techo de la Escuela Secundaria del Ciruelo (Plum High Schol). Grandes armaduras de arco y armaduras de soporte para el gimnasio)
Empresa Camber. http://cambergroup.com/g87.htm



FIG. 4.2 Segmento de la armadura que forma parte de la espina dorsal de la Estación Espacial Internacional
Cortesía de la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio

de transmisión y domos reticulares (Fig. 4.6), que no pueden ser tratadas como armaduras planas debido a su forma, al arreglo de sus elementos o a las cargas aplicadas. Estas armaduras, llamadas *armaduras espaciales*, son analizadas como cuerpos en tres dimensiones sujetos a un sistema de fuerzas de tres dimensiones.

El objetivo de este capítulo es desarrollar el análisis de las fuerzas de los elementos de armaduras planas y tridimensionales estáticamente determinadas. Empezaremos con la discusión de las hipótesis básicas que subyacen sobre el análisis presentado en este capítulo, y después consideraremos el número y arreglo de elementos necesarios para formar armaduras internas estables o planas rígidas. Como parte de esta discusión, definiremos las armaduras simples y las compuestas. También presentaremos ecuaciones de condición comúnmente encontradas en las armaduras. Después estableceremos la clasificación de armaduras planas como estáticamente determinadas, indeterminadas e inestables,

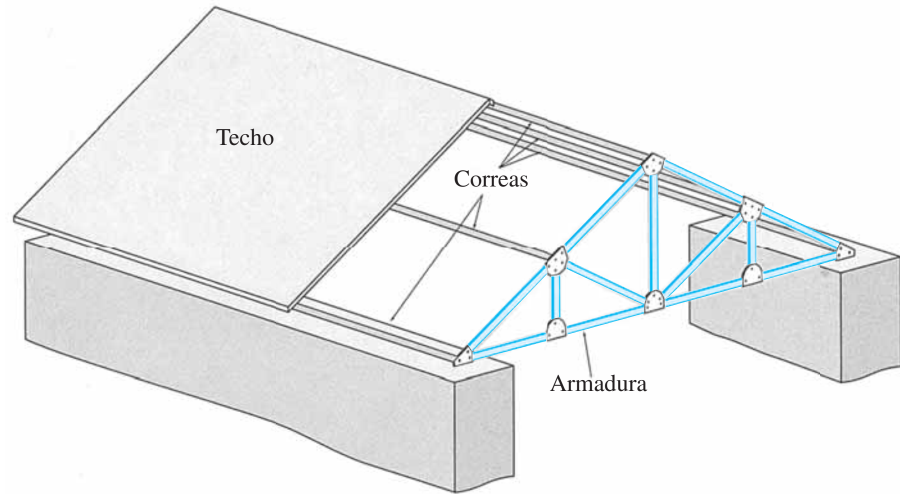


FIG. 4.3 Estructura de techo soportada por armaduras.

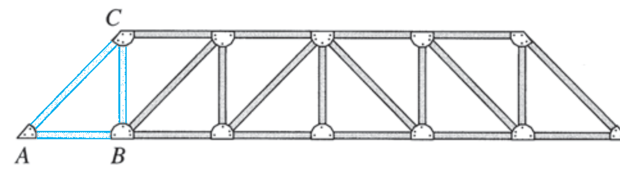
y presentaremos los procedimientos para el análisis de armaduras planas simples por el método de los nodos y el de las secciones. Concluiremos el análisis de armaduras planas compuestas con una breve discusión acerca de las armaduras complejas y el análisis de armaduras espaciales.

4.1 Hipótesis para el análisis de armaduras

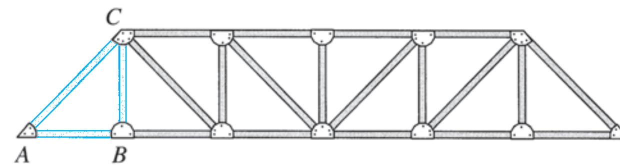
El análisis de las armaduras se basa en las siguientes hipótesis:

1. Todos los elementos están conectados en sus extremos por articulaciones sin fricción en armaduras planas y por rótulas sin fricción en armaduras espaciales o en tres dimensiones.
2. Todas las cargas y las reacciones de los apoyos están aplicadas en los nodos.
3. El eje centroidal de cada elemento coincide con la línea que conecta los centros de los nodos adyacentes.

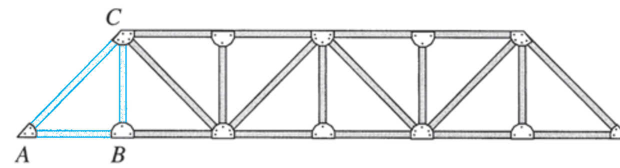
La razón de realizar estas hipótesis es para obtener la *armadura ideal*, cuyos elementos están sujetos solo a carga axial. Dado que cada elemento de la armadura ideal está conectado en sus extremos por articulaciones sin fricción (hipótesis 1) y sin cargas aplicadas entre sus extremos (hipótesis 2), los elementos estarán sujetos solo a dos fuerzas en sus extremos, como se muestra en la Fig. 4.7(a). Asimismo, ya que los elementos están en equilibrio, la fuerza y el par resultantes de las dos fuerzas F_A y F_B deben ser cero; por lo tanto, las fuerzas deben de satisfacer las tres ecuaciones de equilibrio. En la Fig. 4.7(a) podemos ver que para que la fuerza resultante de las dos fuerzas sea cero ($\sum F^x = 0$ y $\sum F^y = 0$), las dos fuerzas deben ser iguales en magnitud pero de sentido opuesto. Para que el par resultante sea cero ($\sum M = 0$), las dos fuerzas deben ser colineales, por lo tanto, las fuerzas deben tener la misma línea de acción. Por otra parte, dado que el eje centroidal de cada elemento de la armadura es una línea recta con relación a la línea que conecta los centros de las conexiones adyacentes (hipótesis 3), los elementos no están sujetos a momento flexionante o fuerza cortante y pero sí a



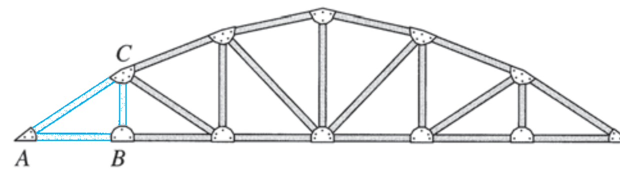
Armadura Howe



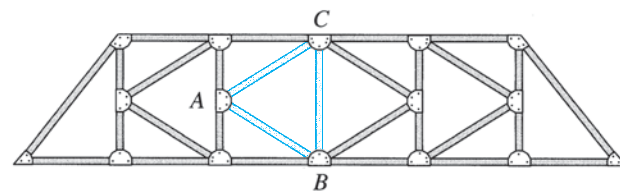
Armadura Pratt



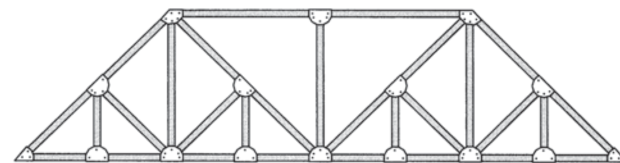
Armadura Warren



Armadura Parker



Armadura K



Armadura Baltimore

FIG. 4.4 Armaduras de puente más comunes

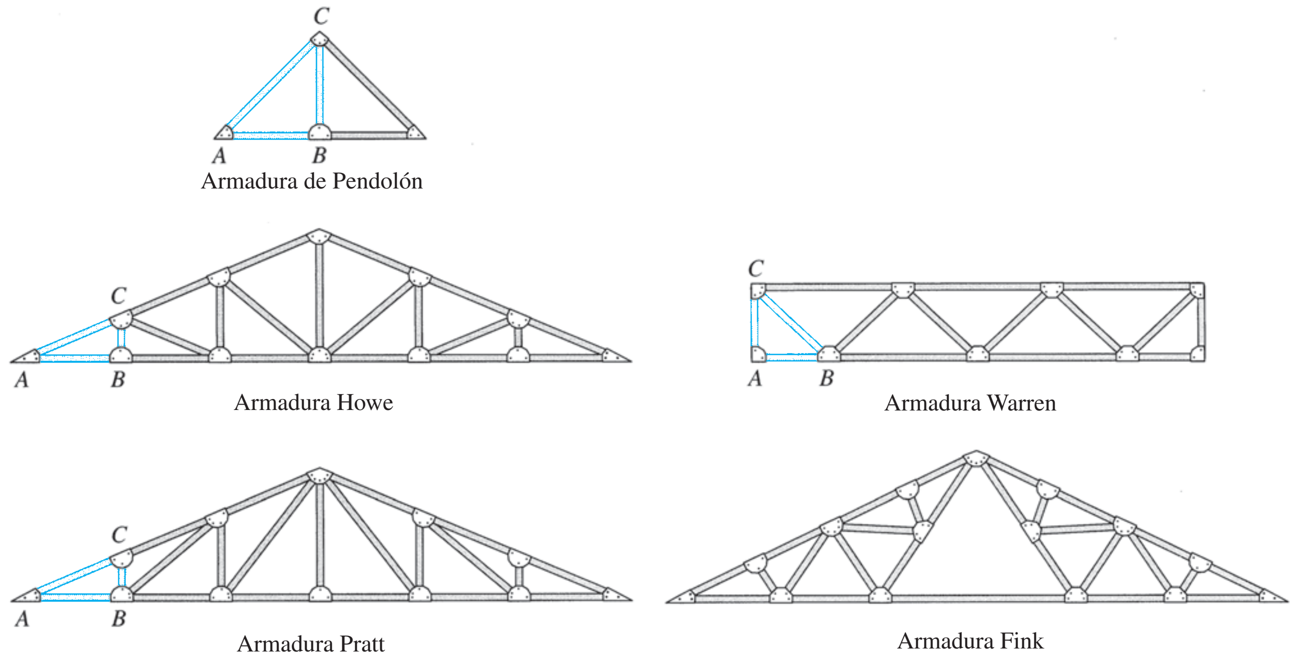


FIG. 4.5 Armaduras de techo más comunes



FIG. 4.6 Domo geodésico Climatron, en el Jardín Botánico de Missouri., St. Luis. Missouri
Cortesía del Jardín Botánico de Missouri

la fuerza de tensión axial (elongación como se muestra en la Fig. 4.7(b)) o en compresión axial (acortamiento como se muestra en la Fig. 4.7(c)). Tales fuerzas axiales en los elementos obtenidas del análisis son llamadas *fuerzas primarias*.

En las armaduras reales, estas idealizaciones casi nunca son completamente ciertas. Como se dijo anteriormente, las armaduras reales están construidas con sus elementos conectados a través de placas de refuerzo por conexiones atornilladas o soldadas (Fig. 4.8). Algunos elementos de las armaduras pueden

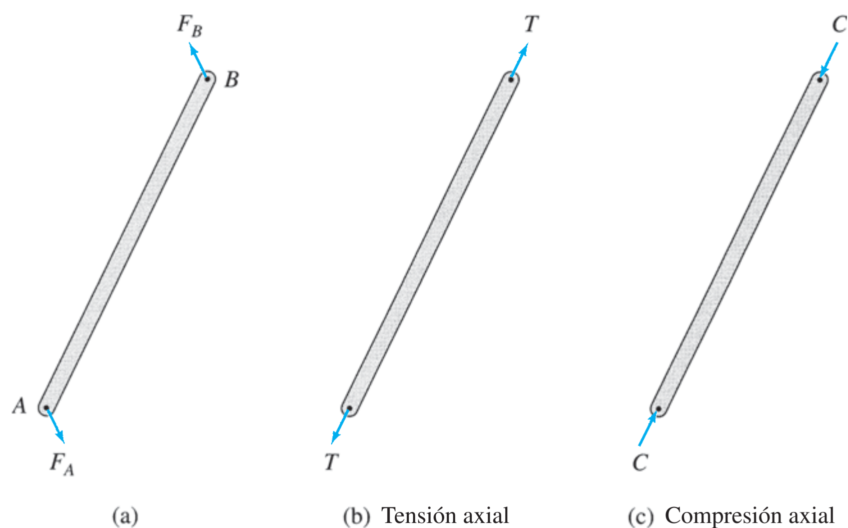


FIG. 4.7

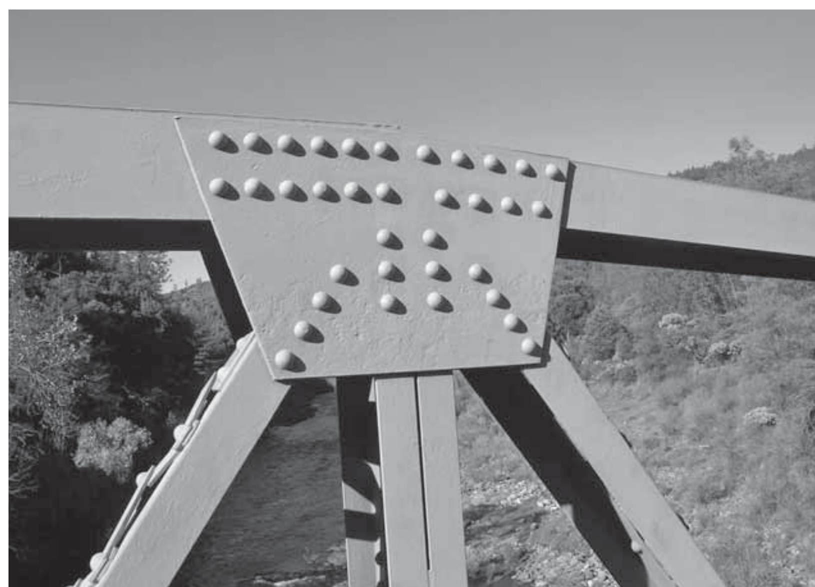


FIG. 4.8 Conexión con placa de refuerzo
Michael Goff

estar conectados de manera continua en los nodos. Además, a pesar de que las cargas externas son transmitidas a la armadura en los nodos por medio de vigas de piso, larguero, y así sucesivamente, el peso muerto de los elementos está distribuido a lo largo de su longitud. Los momentos flexionantes, cortantes y las fuerzas axiales causadas por estas y otras variaciones de las condiciones de idealización antes mencionada son comúnmente llamadas *fuerzas secundarias*. A pesar de que las fuerzas secundarias no pueden ser eliminadas, sí se pueden reducir sustancialmente en la mayoría de las armaduras usando elementos esbeltos y diseñando las conexiones para que los ejes centroidales de los elementos que se unen en el nodo sean concurrentes en ese punto (como se mostró en la Fig. 1.16). Las fuerzas secundarias en tales armaduras son mucho menores que las fuerzas primarias, y usualmente no son consideradas en el diseño. En este

capítulo nos enfocaremos solo a las fuerzas primarias. Si se anticipan grandes fuerzas secundarias, la armadura debe ser analizada como un marco rígido usando los métodos presentados en los capítulos subsecuentes.

4.2 Disposición de los elementos de las armaduras planas—Estabilidad interna

Con los fundamentos de la discusión anterior, de la sección 3.4, podemos definir una armadura plana como internamente estable si el número y arreglo geométrico de sus elementos es tal que la armadura no cambia su forma y se mantiene como un cuerpo rígido cuando no está sujeta a sus apoyos. El término *interno* es usado aquí para referirse al número y arreglo de los elementos contenidos dentro de la armadura. La inestabilidad debida a los apoyos externos insuficientes o al arreglo inapropiado de los apoyos externos se conoce como *externa*.

Elementos básicos de una armadura

La armadura plana interna estable (o rígida) más sencilla puede formarse al conectar tres elementos por sus extremos a una articulación para formar un triángulo, como el que se muestra en la Fig. 4.9(a). Esta armadura triangular recibe el nombre de *armadura básica elemental*. Nótese que esta armadura triangular es internamente estable en el sentido de que es un cuerpo rígido que no cambia su forma bajo la acción de las cargas. En contraste, una armadura rectangular formada por cuatro elementos conectados en sus extremos por articulaciones, como la mostrada en la Fig. 4.9(b), es internamente inestable ya que cambiará su forma y se colapsará cuando se sujete a un sistema general de fuerzas coplanares.

Armaduras simples

Los elementos de la armadura básica *ABC* de la Fig. 4.10(a) se pueden ampliar conectando dos nuevos elementos, *BD* y *CD*, a los dos nodos existentes *B* y *C,* y uniéndolos para formar un nuevo nodo *D*, como el mostrado en la Fig. 4.10(b). Mientras que el nuevo nodo *D* no se encuentre en línea recta que pasa a través de los nodos existentes *B* y *C*, la nueva armadura ampliada será internamente estable. La armadura se puede ampliar aún más repitiendo el mismo

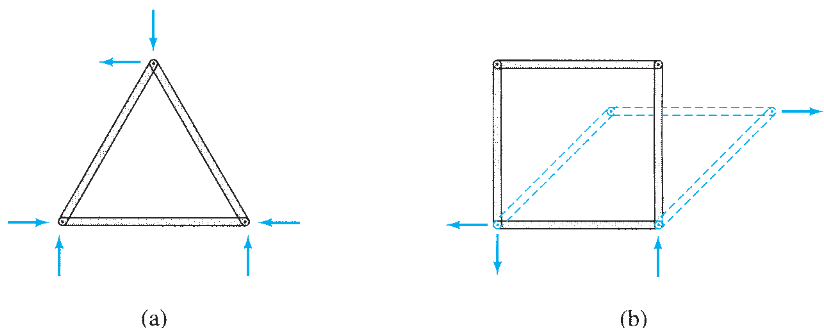


FIG. 4.9

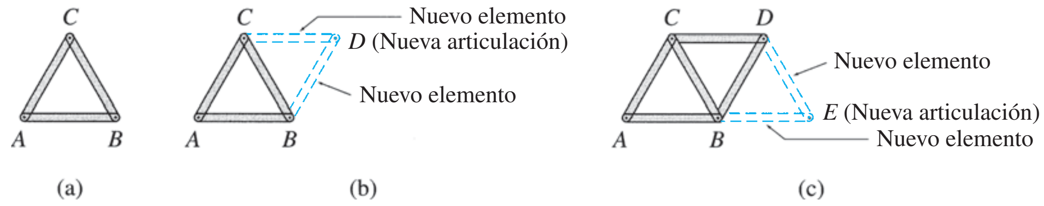


FIG. 4.10 Armadura simple

procedimiento (como el de la Fig. 4.10(c)) tantas veces como se desee. Las armaduras construidas con este procedimiento se llaman *armaduras simples*. El lector debe examinar las armaduras que aparecen en las Figs. 4.4 y 4.5 para verificar que cada una de ellas, con excepción de la armadura de Baltimore (Fig. 4.4) y la armadura Fink (Fig. 4.5), es una armadura simple. El elemento básico de las armaduras simples se identifica como *ABC* en estas figuras.

Una armadura simple se forma ampliando los elementos básicos de la armadura, la cual contiene tres elementos y tres nodos, y agregando dos elementos por cada nodo adicional, de tal manera que el número de elementos m en una armadura simple esté dado por

$$m = 3 + 2(j - 3) = 2j - 3 \tag{4.1}$$

En la cual j = número total de nodos (incluidos aquellos unidos a los apoyos).

Armaduras compuestas

Las armaduras compuestas están construidas por la unión de dos o más armaduras simples que forman un cuerpo rígido. Para prevenir cualquier movimiento relativo entre las armaduras simples, cada armadura debe estar conectada a la(s) otra(s) por medio de una conexión capaz de transmitir cuando menos tres componentes de fuerza, las cuales no deben ser ni paralelas ni concurrentes. Dos ejemplos de arreglos de conexión usados para formar armaduras com-

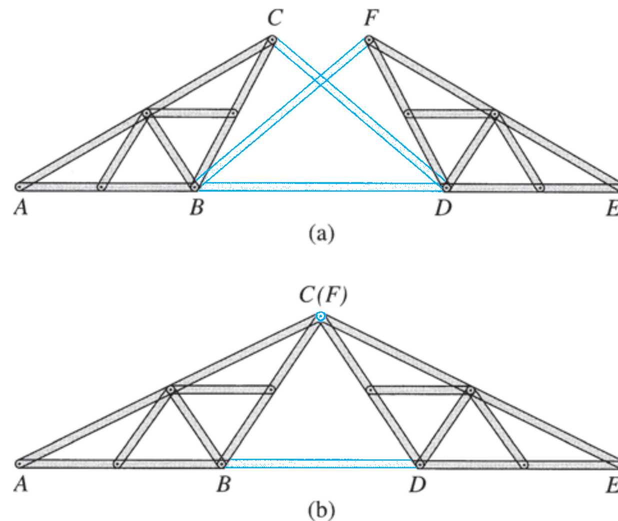


FIG. 4.11 Armaduras compuestas

puestas se muestran en la Fig. 4.11. En la Fig. 4.11(a) dos armaduras simples *ABC* y *DEF* están conectadas por tres elementos, *BD*, *CD* y *BF*, que no son paralelos ni concurrentes. Otro tipo de arreglo de conexión se ejemplifica en la Fig. 4.11(b). Esto implica conectar dos armaduras simples *ABC* y *DEF* con un nodo común *C* y un elemento *BD*. Para que la armadura compuesta sea internamente estable, el nodo común *C* y los nodos *B* y *D* no deben estar en línea recta. La relación entre el número total de elementos *m* y el número de nodos *j* para armaduras compuestas internamente estables es igual que para armaduras simples. Esta relación, dada por la Ec. (4.1), puede ser fácilmente verificada para las armaduras compuestas mostradas en la Fig. 4.11.

Estabilidad interna

La ecuación (4.1) expresa los requisitos para el mínimo número de elementos que una armadura plana de *j* número de nodos que debe contener, si quiere ser internamente estable. Si una armadura plana contiene *m* elementos y *j* nodos, entonces si

$$\begin{aligned} m &< 2j - 3 \text{ La armadura es internamente estable} \\ m &\geq 2j - 3 \text{ La armadura es internamente inestable} \end{aligned} \tag{4.2}$$

Es muy importante notar que, si bien es necesario el criterio anterior, no es suficiente para garantizar la estabilidad interna. Una armadura no solo debe contener el suficiente número de elementos para satisfacer la condición $m \geq 2j - 3$, sino que los elementos además deben estar dispuestos adecuadamente para asegurar la rigidez de toda la estructura. Recuerde de nuestra discusión sobre armaduras simples y compuestas que en una armadura estable cada nodo está conectado al resto de la estructura a por lo menos dos elementos no paralelos, y cada parte de la armadura debe estar conectada a la armadura restante por conexiones capaces de transmitir al menos tres componentes de fuerza no paralelos y concurrentes.

Ejemplo 4.1

Clasifique cada una de las armaduras planas que aparecen en la Fig. 4.12 como estables o inestables.

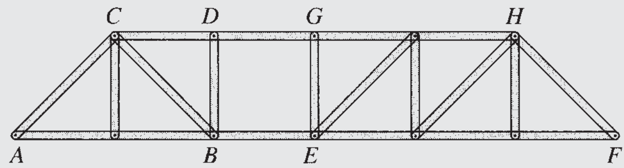
Solución

(a) La armadura de la Fig. 4.12(a) contiene 20 elementos y 12 nodos. Por lo tanto, $m = 20$, y $2j - 3 = 2(12) - 3 = 21$. Dado que *m* es mejor que $2j - 3$, la armadura no tiene el suficiente número de elementos para formar un cuerpo rígido; por lo tanto, es internamente inestable. Una inspección cuidadosa muestra que contiene dos cuerpos rígidos, *ABCD* y *EFGH,* conectados por dos elementos paralelos, *BE* y *DG*. Estos dos elementos horizontales no pueden prevenir el desplazamiento relativo en dirección vertical de una parte rígida de la armadura con respecto a la otra. **Respuesta.**

(b) La armadura mostrada en la Fig. 4.12(b) es igual a la de la Fig. 4.12(a), excepto que el elemento diagonal *DE* ha sido agregado para prevenir el desplazamiento relativo entre las dos partes *ABCD* y *EFGH*. La armadura completa ahora actúa como un cuerpo rígido. La adición de un elemento *DE* aumenta el número de elementos a 21 (mientras que el número de nodos permanece igual en 12), con ello satisface la ecuación $m = 2j - 3$. La armadura es ahora internamente estable. **Respuesta.**

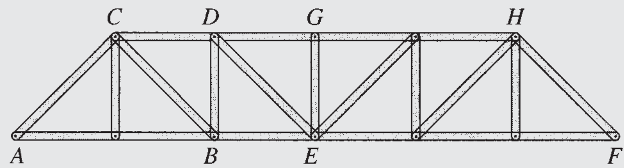
(c) Se agregan cuatro diagonales más a la armadura de la Fig. 4.12(b) para obtener la armadura de la Fig. 4.12(c), con ello se incrementa *m* a 25, mientras *j* permanece constante en 12. Debido a que $m > 2j - 3$, la armadura es internamente estable. Además, dado que la diferencia $m - (2j - 3) = 4$, la armadura contiene cuatro elementos más que los requeridos para su estabilidad interna. **Respuesta.**

continúa



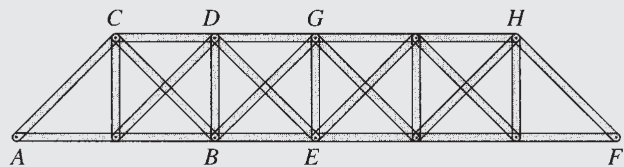
$m = 20 \quad j = 12 \quad m < 2j - 3$

(a) Internamente inestable



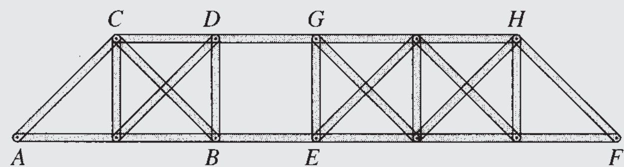
$m = 21 \quad j = 12 \quad m = 2j - 3$

(b) Internamente estable



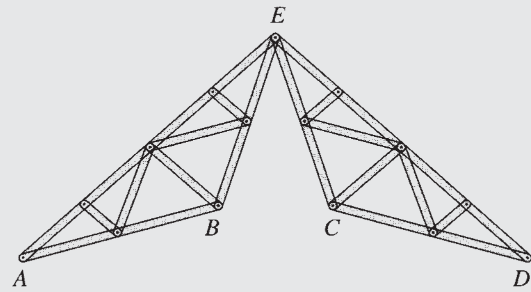
$m = 25 \quad j = 12 \quad m > 2j - 3$

(c) Internamente estable



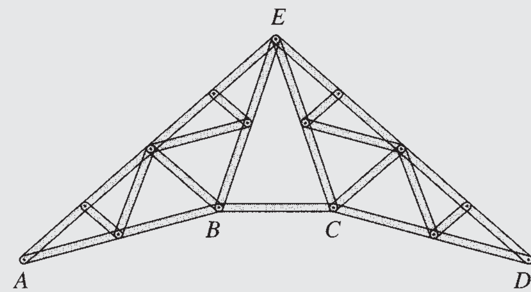
$m = 23 \quad j = 12 \quad m > 2j - 3$

(d) Internamente inestable



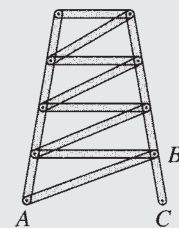
$m = 26 \quad j = 15 \quad m < 2j - 3$

(e) Internamente inestable



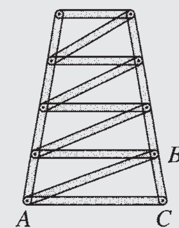
$m = 27 \quad j = 15 \quad m = 2j - 3$

(f) Internamente estable



$m = 16 \quad j = 10 \quad m < 2j - 3$

(g) Internamente inestable



$m = 17 \quad j = 10 \quad m = 2j - 3$

(h) Internamente estable

FIG. 4.12

(d) La armadura de la Fig. 4.12(d) se obtuvo de la Fig. 4.12(c) al remover dos diagonales, *BG* y *DE*, del panel *BE*, por lo tanto, disminuye *m* a 23; *j* permanece constante en 12. A pesar de que $m - (2j - 3) = 2$ —es decir, la armadura tiene dos elementos más que el mínimo para garantizar la estabilidad interna— sus dos cuerpos rígidos *ABCD* y *EFGH* no están conectados de manera apropiada para formar un solo cuerpo rígido. Por lo tanto, la armadura es internamente inestable. **Respuesta.**

(e) La armadura de techo expuesta en la Fig. 4.12(e) es internamente inestable debido a que $m = 26$ y $j = 15$, por lo que se obtiene $m < 2j - 3$. Además, está claro del diagrama de la armadura que dos porciones *ABE* y *CDE* pueden rotar una con respecto a la otra. La diferencia $m - (2J - 3) = -1$ indica que la armadura tiene un elemento menos que el requerido para la estabilidad interna. **Respuesta.**

(f) En la Fig. 4.12(f), el elemento BC se agregó a la armadura de la Fig. 4.12(e), el cual previene el movimiento relativo de las dos partes *ABE* y *CDE*, haciendo a la armadura internamente estable. Como *m* ahora se ha incrementado a 27, se satisface la ecuación $m < 2j - 3$ para $J = 15$. **Respuesta.**

(g) La torre de celosía de la Fig. 4.12(g) tiene 16 elementos y 10 nodos. Debido a que $m < 2J - 3$, la armadura es internamente inestable. Esto es evidente en la Fig. 4.12(g), la cual muestra que el elemento *BC* puede rotar respecto del resto

continúa

de la estructura. Esta rotación ocurre porque el nodo C está conectado solo por un elemento en lugar de los dos requeridos para restringir completamente la unión de la armadura plana. **Respuesta.**

(h) En la Fig. 4.12(h), el elemento AC se incluyó en la armadura de la Fig. 4.12(g), el cual la hace internamente estable. Aquí $m = 17$ y $j = 10$, por lo tanto la ecuación $m = 2j - 3$ queda satisfecha. **Respuesta.**

4.3 Ecuaciones de condición para armaduras planas

En la Sección 3.4, indicamos que el tipo de conexiones usadas para unir partes rígidas de estructuras internamente inestables proporcionan ecuaciones de condición que, además de las tres ecuaciones de equilibrio, se pueden aplicar para determinar las reacciones necesarias para restringir completamente tales estructuras.

Tres tipos de arreglos de conexiones comúnmente usadas para unir armaduras rígidas para formar una sola armadura (internamente estable) se muestran en la Fig. 4.13. En la Fig. 4.13(a), dos armaduras rígidas, AB y BC, están unidas por una articulación interna en B. Puesto que la articulación interna no puede transmitir momento, esta proporciona una ecuación de condición:

$$\sum M_B^{AB} = 0 \quad \text{o} \quad \sum M_B^{BC} = 0$$

Otro tipo de arreglo o disposición de conexión se expone en la Fig. 4.13(b). Este arreglo involucra la unión de dos armaduras rígidas, AB y CD, por dos elementos paralelos. Dado que estas barras (horizontales) no pueden transmitir fuerza en la dirección perpendicular a ellas, este tipo de conexiones proporcionan una ecuación de condición:

$$\sum F_y^{AB} = 0 \quad \text{o} \quad \sum F_y^{CD} = 0$$

Un tercer tipo de arreglo de conexión involucra la unión de dos armaduras rígidas, AB y CD, por un eslabón, BC, como se muestra en la Fig. 4.13(c). Ya que el eslabón tampoco puede transmitir ni momento ni fuerza en la dirección perpendicular a él, este proporciona dos ecuaciones de condición:

$$\sum F_x^{AB} = 0 \quad \text{o} \quad \sum F_x^{CD} = 0$$

y

$$\sum M_B^{AB} = 0 \quad \text{o} \quad \sum M_C^{CD} = 0$$

Como se indicó en capítulos anteriores, estas ecuaciones de condición pueden aplicarse con las tres ecuaciones de equilibrio para determinar las reacciones desconocidas de una armadura plana estáticamente determinada de manera externa. El lector debe verificar que las tres armaduras mostradas en la Fig. 4.13 sean estáticamente determinadas de manera externa.

4.4 Determinación estática, indeterminación y estabilidad de armaduras planas

Consideremos una armadura *estáticamente determinada si las fuerzas en todos sus elementos, además de sus reacciones, pueden ser establecidas usando las ecuaciones de equilibrio*. Esta caracterización de determinación estática, que abarca tanto las reacciones externas de apoyo y las fuerzas internas de

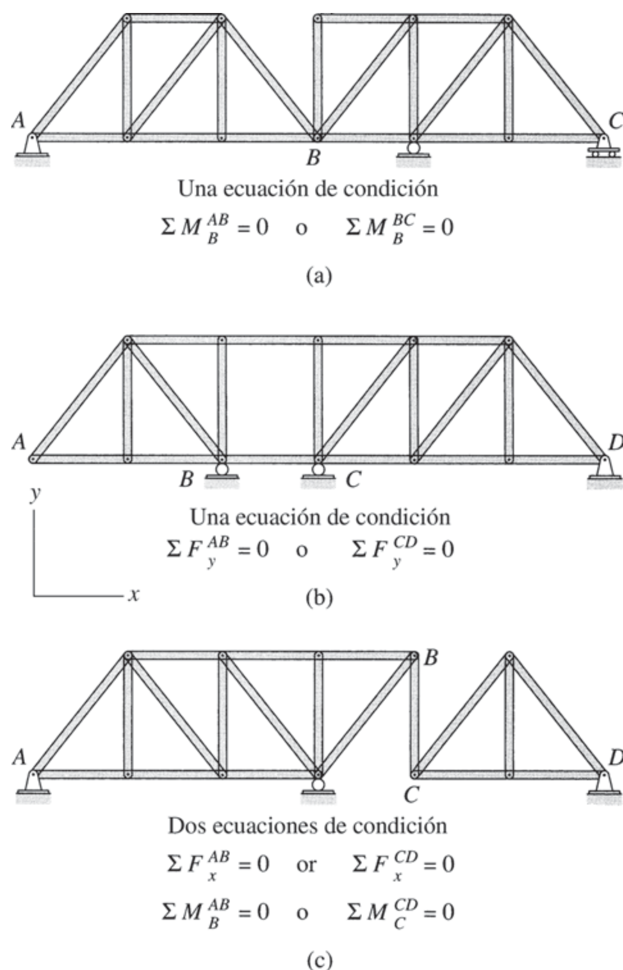


FIG. 4.13 Ecuaciones de condición para armaduras planas

los elementos, también se conoce como *determinación estática combinada*, en comparación con el concepto de *determinación estática externa* (que implica solo reacciones externas) que se utilizó anteriormente en el capítulo 3. Recuerde que, en capítulos anteriores, nos interesamos solo en el Cálculo de las reacciones externas de los apoyos, mientras que en el presente capítulo nuestro objetivo es determinar tanto las fuerzas en los elementos como en las reacciones externas.

Dado que los dos métodos de análisis que se presentan en las siguientes secciones pueden aplicarse para analizar solo armaduras isostáticas o estáticamente determinadas, es importante para el estudiante reconocer las armaduras estáticamente determinadas antes de proceder al análisis.

Considere una armadura plana sujeta a cargas externas P_1, P_2 y P_3, como la mostrada en la Fig. 4.14(a). El diagrama de cuerpo libre de los cinco elementos y los cuatro nodos aparecen en la Fig. 4.14(b). Cada elemento está sujeto a dos fuerzas axiales en sus extremos, que son colineales (con eje centroidal del elemento) y de igual magnitud pero de sentido contrario. Note que en la Fig. 4.14(b) se supone que todos los elementos están en tensión, es decir, las fuerzas jalan a los elementos. El diagrama de cuerpo libre de

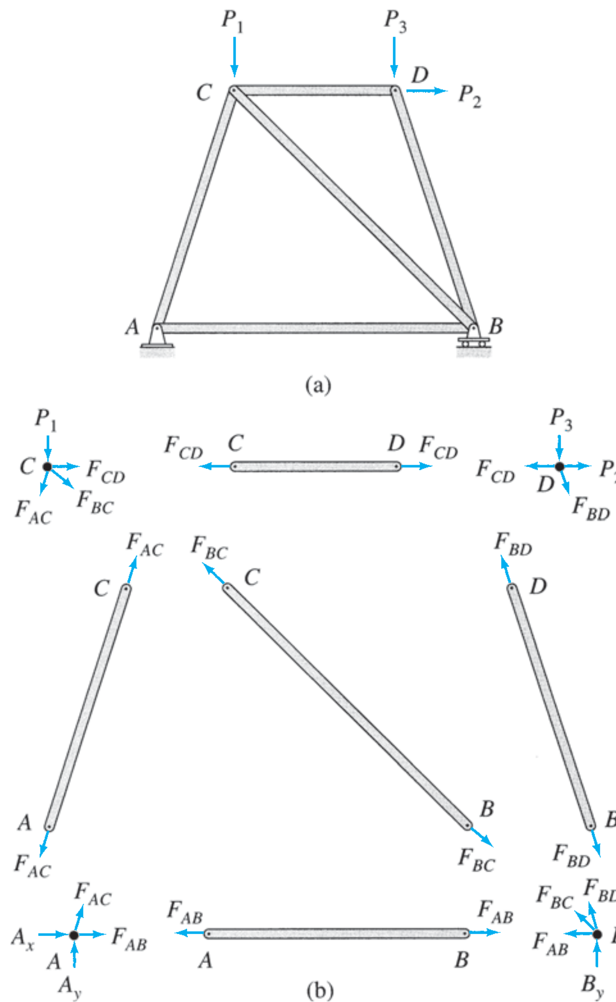


FIG. 4.14

los nodos muestran las mismas fuerzas en los elementos pero en dirección opuesta, de acuerdo con la tercera Ley de Newton. El análisis de la armadura involucra la determinación de las magnitudes de las cinco fuerzas de los elementos, F_{AB}, F_{AC}, F_{BC}, F_{BD} y F_{CD} (las líneas de acción de las fuerzas son desconocidas), y las tres reacciones, A_x, A_y y B_y. Por lo tanto, el número total de cantidades desconocidas a ser determinadas es ocho.

Puesto que la armadura está en equilibrio, cada uno de sus nodos también deben estar en equilibrio. Como se muestra en la Fig. 4.14(b), en cada nodo las fuerzas internas y externas forman un sistema coplanar y concurrente, que satisface las dos ecuaciones de equilibrio, $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$. Dado que la armadura contiene cuatro nodos, el número total de ecuaciones disponibles es $2(4) = 8$. Las ocho ecuaciones de equilibrio en los nodos pueden ser resueltas para calcular las ocho incógnitas. La armadura plana mostrada en la Fig. 4.14(a) es, por lo tanto, estáticamente determinada.

Las tres ecuaciones de equilibrio de la armadura completa como cuerpo rígido se pueden escribir y resolver las tres reacciones desconocidas (A_X, A_Y y B_Y). Sin embargo, estas tres ecuaciones (como las ecuaciones de condición

en el caso de armaduras internamente inestables) no son *independientes* de las ecuaciones de equilibrio en los nodos y no proporcionan ninguna información adicional.

Basados en la discusión anterior, podemos desarrollar el criterio para la determinación estática, indeterminación e inestabilidad de armaduras planas en general que contengan m elementos, j nodos y r apoyos (número de) reacciones externas; es decir, necesitamos calcular el total de $m + r$ número de incógnitas. Ya que hay j nodos y que podemos escribir dos ecuaciones de equilibrio ($\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$) para cada nodo, el número total de ecuaciones de equilibrio disponibles es $2j$. Si el número de incógnitas es $(m + r)$ de una armadura, es igual el número de ecuaciones de equilibrio $(2j)$ −es decir, $m + r = 2j$− todas las incógnitas pueden ser determinadas resolviendo las ecuaciones de equilibrio, y la armadura es estáticamente determinada.

Si una armadura tiene más incógnitas $(m + r)$ que ecuaciones disponibles de equilibrio $(2j)$ −es decir, $m + r > 2j$−, todas las incógnitas no podrán ser determinadas resolviendo las ecuaciones disponibles de equilibrio, y tal armadura es llamada *estáticamente indeterminada*. Las armaduras estáticamente indeterminadas tienen más elementos o reacciones externas que el mínimo requerido para ser estables. El exceso de elementos y reacciones es conocido como *redundantes*, y el número de elementos y reacciones en exceso es conocido como *grado de indeterminación estática*, i, el cual puede ser expresado como

$$i = (m + r) - 2j \tag{4.3}$$

Si el número de incógnitas $(m + r)$ de una armadura es menor que el número de ecuaciones de equilibrio del nodo $(2j)$ −es decir, $m + r < 2j$–, la armadura es entonces *estáticamente inestable*. La inestabilidad estática puede deberse a que la armadura tiene menor número de elementos que los mínimos requeridos para la estabilidad interna o debido a un número insuficiente de reacciones externas o a ambos.

Las condiciones de inestabilidad estática, determinación e indeterminación de una armadura plana se pueden resumir como sigue:

$$\begin{aligned} m + r &< 2j \text{ armadura estáticamente inestable} \\ m + r &= 2j \text{ armadura estáticamente determinada} \\ m + r &> 2j \text{ armadura indeterminada inestable} \end{aligned} \tag{4.4}$$

La primera condición, para la inestabilidad estática de las armaduras, es tanto necesaria como suficiente en el sentido de que si $m < 2j - r$, la armadura es definitivamente estáticamente inestable; sin embargo, las dos condiciones restantes, para la determinación estática ($m = 2j - r$) y la indeterminación ($m > 2j - r$), son necesarias pero no condiciones suficientes. En otras palabras, estas dos ecuaciones simplemente nos dicen que el *número* de elementos y reacciones es suficiente para la estabilidad. Ellas no proporcionan más información a pesar de su arreglo o *disposición*. Una armadura puede tener un número suficiente de elementos y reacciones externas, pero aun así ser inestable debido a su arreglo inapropiado de elementos y/o reacciones externas.

Hacemos énfasis en que, para que los criterios de determinación e indeterminación, como los dados por las Ec. (4.3) y (4.4), sean válidos, la armadura debe ser estable y actuar como un solo cuerpo rígido bajo un sistema

de cargas coplanares cuando estas se encuentran sujetas a los apoyos. Las armaduras internamente estables deben estar apoyadas al menos por tres reacciones, y todas ellas no deben ser ni paralelas ni concurrentes. Si una armadura es internamente inestable, entonces debe estar soportada por reacciones en número igual a por lo menos tres más el número de ecuaciones de condición ($3 + e_c$), y todas las reacciones no deben ser ni paralelas ni concurrentes. Además, cada nodo, elemento y segmento de armadura debe de estar restringido contra todo posible movimiento de cuerpo rígido en el plano de la armadura, ya sea por el resto de la armadura o por los apoyos externos. Si una armadura tiene suficiente número de elementos, pero ellos no están adecuadamente dispuestos, la armadura se dice que tiene una *forma crítica*. En algunas armaduras puede no ser obvio a partir de los dibujos si sus elementos están o no dispuestos de manera apropiada. Sin embargo, si la disposición de los elementos no es adecuada, será evidente durante el análisis de la armadura. El análisis de tales armaduras inestables siempre conducirá a inconsistencias, indeterminaciones o resultados infinitos.

Ejemplo 4.2

Clasifique cada armadura plana mostrada en la Fig. 4.15 como inestable, estáticamente determinada o indeterminada. Si la armadura es estáticamente determinada, entonces encuentre el grado de indeterminación estática.

Solución

(a) La armadura mostrada en la Fig. 4.15(a) contiene 17 elementos y 10 nodos, y es soportada por tres reacciones. Por lo tanto, $m + r = 2j$. Dado que las tres reacciones no son ni paralelas ni concurrentes y los elementos de la armadura están dispuestos de manera adecuada, la armadura es estáticamente determinada. **Respuesta.**

(b) Para esta armadura $m = 17$, $j = 10$, y $r = 2$. Porque $m + r < 2j$, la armadura es inestable. **Respuesta.**

(c) Para esta armadura $m = 21$, $j = 10$, y $r = 3$. Debido a que $m + r > 2j$, la armadura es estáticamente indeterminada con un grado de indeterminación $i = (m + r) - 2j = 4$. Debe ser claro que en la Fig. 4.15(c) la armadura contiene cuatro elementos más que los requeridos para la estabilidad. **Respuesta.**

(d) Esta armadura tiene $m = 16$, $j = 10$ y $r = 3$. La armadura es inestable, dado que $m + r < 2j$. **Respuesta.**

(e) Esta armadura está compuesta por dos porciones rígidas, *AB* y *BC*, conectadas por una articulación interna en *B*. La armadura tiene $m = 26$, $j = 15$ y $r = 4$. Por lo tanto, $m + r = 2j$. Las cuatro reacciones no son ni paralelas ni concurrentes, y la armadura completa está adecuadamente restringida, así esta es estáticamente determinada. **Respuesta.**

(f) Para esta armadura, $m = 10$, $j = 7$ y $r = 3$. Debido a que $m + r < 2j$, la armadura es inestable. **Respuesta.**

(g) En al Fig. 4.15(g), el elemento *BC* se agregó a la armadura de la Fig. 4.15(f), que previene la rotación relativa de las dos partes *ABE* y *CDE*. Dado que m ahora se ha incrementado a 27 con j y r constantes en 7 y 3, respectivamente, la ecuación $m + r = 2j$ se satisface. Así, la armadura de la Fig. 4.15(g) es estáticamente determinada. **Respuesta.**

(h) La armadura de la Fig. 4.15(f) está estabilizada por remplazar el apoyo de patín en el soporte *D* por un apoyo articulado, como se muestra en la Fig. 4.15(h). Así, el número de reacciones se incrementó a cuatro, pero m y j permanecen constantes en 10 y 7, respectivamente. Con $m + r = 2j$, la armadura es ahora estáticamente determinada. **Respuesta.**

(i) Para la torre de celosía de la Fig. 4.15(i), $m = 6$, $j = 10$ y $r = 4$. Debido a que $m + r = 2j$, la armadura es estáticamente determinada. **Respuesta.**

continúa

Análisis estructural es distinto desde su enfoque. El autor lo ha orientado para estudiantes de ingeniería de nivel licenciatura y posgrado y ha tenido especial cuidado en dar explicaciones comprensibles y excepcionalmente claras de los conceptos, de los procedimientos para el análisis paso a paso y de los diagramas que ilustran cada capítulo. El volumen cuenta con ejemplos interesantes y modernos, al mismo tiempo que es técnica y matemáticamente preciso en cuanto a los temas que aborda. En esta edición se han actualizado los ejemplos conforme a los estudios más recientes y se han incluido secciones de evaluación y ejercicios en cada uno de los capítulos.

ISBN-13: 978-6075195070
ISBN-10: 6075195076

9 786075 195070

CENGAGE Learning®

Visite nuestro sitio en http://latinoamerica.cengage.com